Національний технічний університет України

«Київський політехнічний інститут»

Факультет прикладної математики

Кафедра системного програмування і спеціалізованих комп’ютерних систем

Розрахунково-графічна робота

з дисципліни

**«Теорія ймовірностей та математична статистика»**

**Виконав: Перевірила:**

Студент групи **КВ-31** доцент кафедри СПСКС

Кісільчук Богдан Ярославович \_\_\_\_\_\_\_\_ / Сапсай Т.Г. /

«\_\_\_»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_2014 р.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **01.08** | **02.08** | **03.08** | **04.08** | **05.08** | **06.08** | **07.08** | **08.08** | **09.08** | **10.08** | **Σ** |
| **Уточнення**  **умови** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **Бали** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

ІІІ семестр

Київ 2014

**01-08.**

Скількома способами читач може вибрати 3 книжки з 6?

***Розв’язок***

За формулою для обчислення числа комбінацій =,

де n – кількість всіх книг, а k – кількість книг, які читач може вибрати.

**Обрахунки**

=

**Відповідь:** 20-ма способами читач може вибрати книги.

**02-08.**

Два спортсмени стріляють по мішені. Імовірність влучення в мішень при одному пострілі для першого стрільця дорівнює 0,7, а для другого - 0,8. Знайти ймовірності того, що при одному залпі у мішень влучить тільки один з стрільців.

***Розв’язок***

Використовуючи теорему додавання для несумісних подій , де

А – попаде 1 стрілець, В – попаде 2 стрілець. Тоді за теоремою множення для незалежних подій *P(A)= P(C)P()*, де *Р(С)* – ймовірність того, що попаде 1 стрілець, а *P()* – ймовірність того, що 2 стрілець не попаде. Аналогічно для *Р(В)* = *P()P(D),* де *P()* ймовірність того, що 1 стрілець не попаде, а *P(D) -* ймовірність того, що попаде 2 стрілець.

Тоді :

*Р(А+В) = P(C)P()* + *P()P(D).*

**Обрахунки**

*Р(С)= 0.7 P()= 1- Р(С)= 1-0.7= 0.3*

*Р(D)= 0.8 P()= 1-P(D)= 1-0.8= 0.2*

*Р(А+В)= 0.7\*0.2 + 0.8\*0.3= 0.21 + 0.16= 0.37*

**Відповідь:** ймовірності того, що при одному залпі у мішень влучить тільки один з стрільців дорівнює 0.37.

**03-08.**

У піраміді 10 рушниць, з яких 4 з оптичним прицілом. Імовірність попадання в мішень з рушниці з оптичним прицілом 0.95, а з рушниці без оптичного прицілу – 0.8. Стрілець попав у мішень з випадково вибраної рушниці. Що більш імовірно: стрілець стріляв з рушниці з оптичним прицілом чи без нього.

***Розв’язок***

Використовуючи теорему множення для залежних подій де А-візьмуть рушницю без оптичного прицілу, а В – попадуть з рушниці без оптичного прицілу. Аналогічно для де C – візьмуть рушницю з оптичним прицілом, а D – попадуть з рушниці з оптичним прицілом. Відповідно до класичної формули імовірності **** де m-кількість всіх рушниць, а n – з оптичним прицілом.

Так як *P(C)* i *P(A)* протилежні, то *Р(А)= 1-Р(С).*

**Обрахунки**

= 0.8 = 0.95

*Р(С)= Р(А)=* 1 – 0.4= 0.6

0.6 \* 0.8= 0.48

= 0.4 \* 0.95= 0.38

 > 

**Відповідь:** більш імовірно те, що стрілець стріляв із рушниці без оптичного прицілу.

**04-08.**

Виріб перевіряється на стандартність одним з двох товарознавців. Імовірність того, що виріб попаде до першого товарознавця, дорівнює 0,55, а до другого - 0,45. Імовірність того, що стандартний виріб буде визнаний стандартним першим товарознавцем, дорівнює 0,9; а другим, - 0,98. Стандартний виріб при перевірці було визнано стандартним. Знайти ймовірність того, що цей виріб перевіряв другий товарознавець.

***Розв’язок***

За формулою повної імовірності  де n - кількість товарознавців, - ймовірність того, що виріб попав до першого товарознавця, - ймовірність того, що виріб попав до другого товарознавця, - імовірність того, що стандартний виріб був визнаний стандартним першим товарознавцем, - імовірність того, що стандартний виріб був визнаний стандартним другим товарознавцем, - імовірність того, що стандартний виріб було признано стандартним. За формулою Байєса ****, можна знайти ймовірність того, що цей виріб перевіряв другий товарознавець:

, де - ймовірність того, що цей виріб перевіряв другий товарознавець.

**Обрахунки**

0.55\*0.9 + 0.45\*0.98= 0.936

0.471

**Відповідь:** Ймовірність того, що цей виріб перевіряв другий товарознавець дорівнює 0.471.

**05-08.**

Витрати електроенергії на протязі доби не перевищують встановленої норми з імовірністю р=3/4. Знайти ймовірність того, що в найближчі 6 діб витрати енергії не будуть перевищувати норми протягом 4 діб.

***Розв’язок***

Використовуючи формулу Бернуллі , де n-кількість всіх діб, k – кількість діб напротязі яких витрати енергії не будуть перевищувати норми,

- ймовірність того, що в найближчі 6 діб витрати енергії не будуть перевищувати норми протягом 4 діб, p – ймовірність появи події A в кожному випробуванні, а q - ймовірність протилежної до ***A*** події.

**Обрахунки**

p=

q= 1 – p= 1 - =

х х = 15 х 0.02= 0.3

**Відповідь:** ймовірність того, що в найближчі 6 діб витрати енергії не будуть перевищувати норми протягом 4 діб дорівнює 0.3.

**06-08.**

Побудувати таблицю статистичного розподілу використовуючи частість варіант

2.58 4.64 5.19 3.06 3.40 3.66 5.82 2.90 3.30 2.61

3.64 3.97 2.90 4.46 4.89 3.62 4.51 4.45 5.45 3.08

4.65 5.25 4.82 4.85 4.98 3.08 3.80 3.62 4.59 2.86

3.96 4.37 5.41 6.40 4.03 3.92 3.77 3.53 3.54 3.66

4.40 4.50 4.02 4.34 4.99 4.95 5.24 5.37 5.56 5.75

**Розв'язок**

*Статистичним* (варіаційним) *розподілом* вибірки називають сукупність варіант *xi* варіаційного ряду та відповідних їм частот *ni* (сума усіх частот дорівнює об’єму вибірки *n*), або відносних частот *wi* (сума усіх відносних частот дорівнює одиниці).

**W =**

**Варіаційний ряд:**

2,58; 2,61; 2,86; 2,90; 2,90; 3,06; 3,08; 3,08;…;5,75; 5,82; 6,4.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **X** | **n** | **W** |  | **X** | **n** | **W** |
| 2,58 | 1 | 0,02 |  | 4,45 | 1 | 0,02 |
| 2,61 | 1 | 0,02 |  | 4,46 | 1 | 0,02 |
| 2,86 | 1 | 0,02 |  | 4,5 | 1 | 0,02 |
| 2,90 | 2 | 0,04 |  | 4,51 | 1 | 0,02 |
| 3,06 | 1 | 0,02 |  | 4,59 | 1 | 0,02 |
| 3,08 | 2 | 0,04 |  | 4,64 | 1 | 0,02 |
| 3,3 | 1 | 0,02 |  | 4,65 | 1 | 0,02 |
| 3,4 | 1 | 0,02 |  | 4,82 | 1 | 0,02 |
| 3,53 | 1 | 0,02 |  | 4,85 | 1 | 0,02 |
| 3,54 | 1 | 0,02 |  | 4,89 | 1 | 0,02 |
| 3,62 | 2 | 0,04 |  | 4,95 | 1 | 0,02 |
| 3,64 | 1 | 0,02 |  | 4,98 | 1 | 0,02 |
| 3,66 | 2 | 0,04 |  | 4,99 | 1 | 0,02 |
| 3,77 | 1 | 0,02 |  | 5,19 | 1 | 0,02 |
| 3,8 | 1 | 0,02 |  | 5,24 | 1 | 0,02 |
| 3,92 | 1 | 0,02 |  | 5,25 | 1 | 0,02 |
| 3,96 | 1 | 0,02 |  | 5,37 | 1 | 0,02 |
| 3,97 | 1 | 0,02 |  | 5,41 | 1 | 0,02 |
| 4,02 | 1 | 0,02 |  | 5,45 | 1 | 0,02 |
| 4,03 | 1 | 0,02 |  | 5,56 | 1 | 0,02 |
| 4,34 | 1 | 0,02 |  | 5,75 | 1 | 0,02 |
| 4,37 | 1 | 0,02 |  | 5,82 | 1 | 0,02 |
| 4,4 | 1 | 0,02 |  | 6,4 | 1 | 0,02 |

**07-08.**

Побудувати кумулянту за даними

4,52 3,18 3,86 3,33 3,24 3,82 4,31 3,22 4,22 3,38

3,91 3,78 3,36 4,06 4,42 3,93 4,47 4,19 4,50 3,59

4,48 4,64 4,46 4,41 4,36 3,55 3,99 3,78 4,26 3,45

3,86 4,24 4,71 5,18 4,07 3,78 3,99 3,84 3,82 3,99

4,24 4,22 4,17 4,23 4,33 4,33 4,60 4,63 4,81 4,94

**Розв’язок**

Кумулятивний ряд будується за допомогою накопичувальних частот (кожна наступна додається до попередньої). Використовується для характеристики ознак, які спостерігаються на інтервалі.

*Кумулянта* будується так: на осі *X* відкладають точки, які відповідають границям інтервалів. У кожній точці відкладають перпендикуляр до осі *X*, довжина якого пропорційна накопичувальній частоті. Вершини сусідніх перпендикулярів з’єднуються відрізками.

**Варіаційний ряд:**

3,22; 3,24; 3,33; 3,36;3,38; 3,38; 3,45; 3,45;…; 3,93; 3,99; 3,99; 3,99; 3,99; 4,06; 4,07;…;4,81;4,94;4,94;5,18.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **X** | **n** | **F** | **F/n** |  | **X** | **n** | **F** | **F/n** |
| 3,22 | 1 | 1 | 0,02 |  | 4,22 | 1 | 29 | 0,58 |
| 3,24 | 1 | 2 | 0,04 |  | 4,23 | 1 | 30 | 0,6 |
| 3,33 | 1 | 3 | 0,06 |  | 4,24 | 1 | 31 | 0,62 |
| 3,36 | 1 | 4 | 0,08 |  | 4,26 | 1 | 32 | 0,64 |
| 3,38 | 1 | 5 | 0,1 |  | 4,31 | 1 | 33 | 0,66 |
| 3,38 | 1 | 6 | 0,12 |  | 4,33 | 2 | 35 | 0,7 |
| 3,45 | 2 | 8 | 0,16 |  | 4,36 | 1 | 36 | 0,72 |
| 3,55 | 1 | 9 | 0,18 |  | 4,41 | 1 | 37 | 0,74 |
| 3,59 | 1 | 10 | 0,2 |  | 4,42 | 1 | 38 | 0,76 |
| 3,59 | 1 | 11 | 0,22 |  | 4,46 | 1 | 39 | 0,78 |
| 3,78 | 2 | 13 | 0,26 |  | 4,47 | 1 | 40 | 0,8 |
| 3,82 | 2 | 15 | 0,3 |  | 4,48 | 1 | 41 | 0,82 |
| 3,84 | 1 | 16 | 0,32 |  | 4,5 | 1 | 42 | 0,84 |
| 3,86 | 2 | 18 | 0,36 |  | 4,52 | 1 | 43 | 0,86 |
| 3,91 | 1 | 19 | 0,38 |  | 4,6 | 1 | 44 | 0,88 |
| 3,93 | 1 | 20 | 0,4 |  | 4,63 | 1 | 45 | 0,9 |
| 3,99 | 4 | 24 | 0,48 |  | 4,71 | 1 | 46 | 0,92 |
| 4,06 | 1 | 25 | 0,5 |  | 4,81 | 1 | 47 | 0,94 |
| 4,07 | 1 | 26 | 0,52 |  | 4,94 | 2 | 49 | 0,98 |
| 4,17 | 1 | 27 | 0,54 |  | 5,18 | 1 | 50 | 1 |
| 4,19 | 1 | 28 | 0,56 |  |  |  |  |  |

**08-08.**

Обчислити генеральну середню, дисперсію та початковий момент 5 порядку

4.52 3.18 3.86 3.33 3.24 3.82 4.31 3.22 4.22 3.38

3.91 3.78 3.36 4.06 4.42 3.93 4.47 4.19 4.50 3.59

4.48 4.64 4.46 4.41 4.36 3.55 3.99 3.78 4.26 3.45

3.86 4.24 4.71 5.18 4.07 3.78 3.99 3.84 3.82 3.99

4.24 4.22 4.17 4.23 4.33 4.33 4.60 4.63 4.81 4.94

**Розв'язок**

*Незміщеною оцінкою генеральної середньої* (математичного сподівання) служить вибіркова середня



де: *xi* – варіанта вибірки, *ni* – частота вибірки *xi*,  – об’єм вибірки.

*Зміщеною оцінкою генеральної дисперсії* служить вибіркова дисперсія



ця оцінка є зміщеною, оскільки



Більш зручна формула



Початковий момент k-го порядку дорівнюкє:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Х** | **n** |  | **Х** | **n** |  | **Х** | **n** |
| 3,18 | 1 |  | 3,93 | 1 |  | 4,42 | 1 |
| 3,22 | 1 |  | 3,99 | 3 |  | 4,46 | 1 |
| 3,24 | 1 |  | 4,06 | 1 |  | 4,47 | 1 |
| 3,33 | 1 |  | 4,07 | 1 |  | 4,48 | 1 |
| 3,36 | 1 |  | 4,17 | 1 |  | 4,5 | 1 |
| 3,38 | 1 |  | 4,19 | 1 |  | 4,52 | 1 |
| 3,45 | 1 |  | 4,22 | 2 |  | 4,6 | 1 |
| 3,55 | 1 |  | 4,23 | 1 |  | 4,63 | 1 |
| 3,59 | 1 |  | 4,24 | 2 |  | 4,64 | 1 |
| 3,78 | 3 |  | 4,26 | 1 |  | 4,71 | 1 |
| 3,82 | 2 |  | 4,31 | 1 |  | 4,81 | 1 |
| 3,84 | 1 |  | 4,33 | 2 |  | 4,94 | 1 |
| 3,86 | 2 |  | 4,36 | 1 |  | 5,18 | 1 |
| 3,91 | 1 |  | 4,41 | 1 |  |  |  |

**Обрахунки**

 = 4,093

 + 4,0932 =16,96485 - 16,75265 = 0,212201

1294,577

**Відповідь:** 4,093;  0,212201; = 1294,577.